

# Modelování ve fyzice plazmatu

Bc. Lukáš Michalec

*Katedra fyziky, Přírodovědecká fakulta Univerzity J.E. Purkyně v Ústí n.L.  
1. ročník, specializace*

## Abstrakt

Seminární práce se zabývá vytvoření jednorozměrného modelu interakce plazmatu se sondou.

## 1 Úvod

V simulaci plazmatu je mnoho problémů, které se velmi těžko dají řešit analyticky. Většina aproximací, který se to snaží řešit, jsou omezena svými předpoklady o tlaku, geometrii systému a jiné. Pokud bychom chtěli zahrnout další složitější interakce, jako například chemické reakce v plazmatu, tak musíme vycházet z experimentů. Proto je dobré umět provádět počítačové simulace experimentů. Tato seminární práce se právě zabývá částicovou simulací což je v principu relativně přesná metoda, při znalosti dat, jako jsou účinné průřezy interakcí. Vzhledem k časové náročnosti takové simulace, jsme se zaměřili pouze na jednorozměrný model nenarušeného plazmatu a sondou narušeného

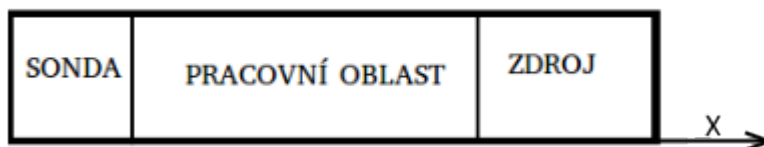
# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorie</b>	<b>3</b>
2.1	Interakce . . . . .	3
2.1.1	Náhodná volná dráha . . . . .	4
2.1.2	Srážky . . . . .	4
2.2	Účinné průřezy . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Model - 1d3v</b>	<b>6</b>
3.1	Rychlosti a pohybové rovnice . . . . .	7
3.2	Řešení diferenciálních rovnic . . . . .	8
3.3	Model nenarušeného plazmatu . . . . .	9
3.3.1	Generování částic . . . . .	9
3.3.2	Pohyb částic . . . . .	9
3.3.3	Okrajové podmínky . . . . .	9
3.3.4	Řešení srážek . . . . .	9
3.4	Model pracovní oblasti . . . . .	10
3.4.1	Generování částic . . . . .	10
3.4.2	Zdroj částic . . . . .	10
3.4.3	Metoda particle in cell . . . . .	10
3.4.4	Pohyb částic . . . . .	13
3.4.5	Okrajové podmínky . . . . .	13
3.4.6	Řešení srážek . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Výsledky a diskuze</b>	<b>14</b>
4.1	Nenarušené plazma . . . . .	14
4.2	Pracovní oblast . . . . .	17
4.2.1	Počáteční stav . . . . .	17
4.2.2	Koncový stav . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>21</b>

## 2 Teorie

Naše plazma obsahuje dva druhy částic, kladně nabitě ionty ( $i^+$ ), elektrony ( $e^-$ ). Obecně může být v plazmatu několik druhů prvků, takže se tam může vyskytovat několik druhů neutrálních částic a nabitých iontů. V našem případě budeme mít homogenní argonové plazma.

Jak už bylo řečeno v úvodu, budeme testovat model nenarušeného plazmatu a sondou narušeného. Schéma modelované oblasti, lze vidět na obrázku níže:



Obrázek 1: Schéma modelované oblasti.

### 2.1 Interakce

Interakce jsou v modelu simulovány metodou Monte Carlo. Pro zjednodušení vynecháme simulaci samotných neutrálních částic, protože nám o samotném plazmatu moc neřeknou. Můžeme jejich interakci efektivně nahradit pomocí volných drah:

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ .

*Střední volná dráha*  $\lambda_i$  je vzdálenost, kterou částice urazí od jedné srážky typu  $i$ . Každý typ interakce má svou  $\lambda$

Pravděpodobnosti jednotlivých srážek lze snadno spočítat z následujících vztahů:

$$\lambda_i = \frac{1}{n\sigma_i} \quad (1)$$

$$\sigma_{celk} = \sum_{i=1}^k \sigma_i \quad (2)$$

$$p_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{celk}} \quad (3)$$

### 2.1.1 Náhodná volná dráha

Každé částici je přiřazena náhodná volná dráha s rozložením pravděpodobnosti:

$$p(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} \quad (4)$$

Z rovnoměrného rozložení na intervalu (0,1) generujeme náhodnou volnou dráhu vztahem:

$$\xi = -\lambda \ln(\gamma) \quad (5)$$

Poté, co daná částice dorazí na konec své volné dráhy, dochází ke srážce.

### 2.1.2 Srážky

Pro každou částici uvažujeme několik druhů srážek s nekonstatním účinným průřezem. Aby nebylo nutné generovat náhodnou volnou dráhu zvláště pro každou interakci, je využito metody **nulové srážky**. Princip této metody spočívá v přidání další interakce, tzv. nulové srážky. Účinný průřez nulové srážky je právě takový, aby celkový účinný průřez všech interakcí dané částice byl konstantní nezávisle na energii.

V případě, že částice urazí svou volnou dráhu, je náhodně vybrána jedna z interakcí pro danou částici s pravděpodobností úměrnou jejímu účinnému průřezu. Energie částice je vypočítána z rychlosti dané částice:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6)$$

Za použití zákona o zachování energie, můžeme spočítat rychlost částice po srážce:

$$v'_1 = \frac{2m_2 v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

- **Elastická srážka N -  $i^+$**

Při této srážce, dochází jen ke změně směru částice.

$$v'_1 = v_1 \quad (8)$$

- **Rezonanční srážka N -  $i^+$**

Tato interakce se řeší tak, že je iont odebrán ze simulace a je nahrazen novým iontem s rychlostí podle MB rozdělení.

- **Elastická srážka N - e<sup>-</sup>**

Pokud vezmeme v úvahu, že používáme izotropní rozptyl a využijeme vztahu 7 dostaneme tvar pro novou rychlost:

$$v_1'^2 = v_1^2 \left( 1 - 4\gamma \frac{m_1}{m_2} \right) \quad (9)$$

- **Exitace**

Při této interakci je snížena kinetická energie elektronu o energii exitační, v našem případě argonového plynu je exitační energie (11.5eV)

- **Ionizace**

Při ionizaci také dojde ke ztrátě energie elektronu o velikost ionizační energie, v našem případě argonu (15.8eV), kdy je z neutrálního atomu vyražen elektron, který bychom měli přidat do modelu, ale díky dynamické rovnováze mezi ionizací a rekombinací tuto novou částici neuvvažujeme.

## 2.2 Účinné průřezy

Vztahy účinných průřezů pro jednotlivé srážky jsme dostali z experimentů a vypadají následovně:

- **Účinný průřez pro exitační srážku**

$$\sigma_{exc}(E) = \frac{3.4 * 10^{-18} (E - 11.5)^{1.1} [1 + (\frac{E}{15})^{2.8}]}{1 + (\frac{E}{23})^{5.5}} + \frac{2.3 * 10^{-18} (E - 11.5)}{(1 + \frac{E}{80})^{1.9}} \quad (10)$$

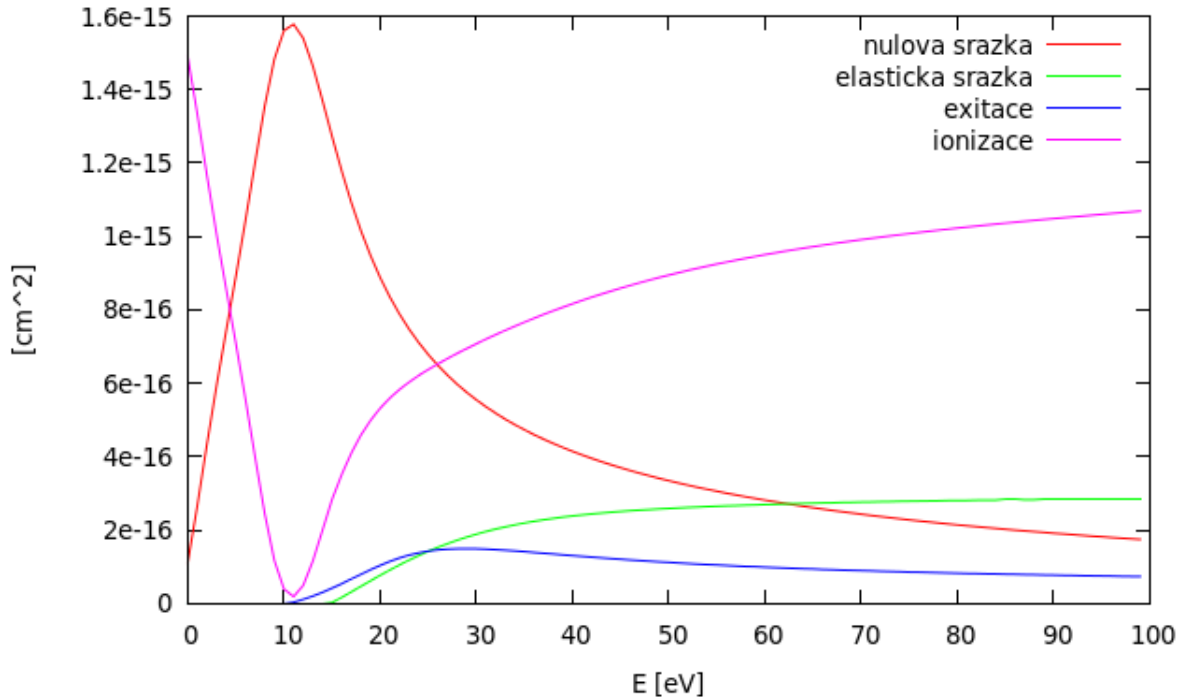
- **Účinný průřez pro ionizační srážku**

$$\sigma_{ion}(E) = \frac{9.7 * 10^{-14} (E - 15.8)}{(70 + E)^2} + 6 * 10^{-18} (E - 15.8)^2 * e^{-E/9} \quad (11)$$

- **Účinný průřez pro elastickou srážku**

$$\sigma_{ela}(E) = 10^{-16} * abs \left[ \frac{6}{(1 + \frac{E}{0.1} + (\frac{E}{0.6})^2)^{3.3}} - \frac{1.1E^{1.4}}{[1 + (\frac{E}{15})^{1.2}][1 + (\frac{E}{5.5})^{2.5} + (\frac{E}{60})^{4.4}]^{0.5}} \right] + \frac{0.05}{(1 + \frac{E}{10})^2} + \frac{0.01E^2}{1 + (\frac{E}{12})^6} \quad (12)$$

Jejich grafická reprezentace vypadá následovně:



Obrázek 2: Závislost účinných průřezů na energii

### 3 Model - 1d3v

V našem modelu jsme počítali s plazmatem argonového plynu, který obsahoval tři druhy částic: kladné ionty ( $i^+$ ), záporné elektrony ( $e^-$ ) a neutrální částice (N). V následující tabulce máme počáteční parametry:

Koncentrace záporného náboje ( $n_e$ ):	$10^{19}m^3$
Délka oblasti (L):	0.00001
Teplota elektronů ( $T_e$ ):	23209.8K
Teplota iontů ( $T_i$ ):	300.0K
Střední volná dráha ( $e^-$ ):	0.0001179 m
Střední volná dráha ( $i^+$ ):	0.0002824 m
Časový krok ( $e^-$ ):	$10^{-11}s$
Časový krok ( $i^+$ ):	$10^{-8}s$

### 3.1 Rychlosti a pohybové rovnice

Na počátku podlehají rychlosti částic Maxwellovu rozdělení, tedy hustota pravděpodobnosti pro složku rychlosti  $v_i$  je dána vztahem:

$$f(v_i)dv_i = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-\frac{mv_i^2}{2k_B T}} dv_i \quad (13)$$

kde  $T$  je teplota,  $m$  je hmotnost částice a  $k_B$  značí Boltzmanovu konstantu. Tedy celkové rozdělení rychlostí bude následovné:

$$f(v)dv = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} dv \quad (14)$$

Jednotlivé složky rychlosti získáme následujícím vztahem:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &\in (0, 2 * \pi) \\ \gamma_2 &\in (0, \pi) \\ V_x &= \cos(\gamma_1) * \sin(\gamma_2) * v \\ V_y &= \sin(\gamma_1) * \sin(\gamma_2) * v \\ V_z &= \cos(\gamma_2) * v \end{aligned} \quad (15)$$

Celkový pohyb částic se řeší pouze pohybovými rovnicemi na ose x, díky tomuto zanedbání ostatních souřadnic se nám značně zvýší rychlost simulace. Pohybové rovnice byly řešeny Eulerovou metodou a vypadají následovně:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i(t + \Delta t) &= \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t)\Delta t + \frac{1}{m_i} \vec{F}_i(t)\Delta t^2 \\ \vec{v}_i(t + \Delta t) &= \vec{v}_i(t) + \frac{1}{m_i} \vec{F}_i(t)\Delta t \\ \vec{F}_i(t + \Delta t) &= \sum_{j \neq i}^n \frac{1}{4 * \pi * \epsilon} \frac{Q_i Q_j}{R_{ij}^2} R_{ij}^{\vec{0}} \end{aligned} \quad (16)$$

kde  $R$  je vzdálenost dvou částic.

## 3.2 Řešení diferenciálních rovnic

Pro použití metody *Particle In Cell* je potřeba řešit diferenciální rovnice. Nejjednodušším postupem bude, když použijeme metody konečných diferencí a sítí. Můžeme si ukázat aplikaci těchto dvou metod na ukázkovém příkladě:

$$\begin{aligned} -\frac{d^2u}{dx^2} &= f(x) \\ f(x) &= e^x(10x - 3) \end{aligned} \tag{17}$$

pro okrajové podmínky:  $u(0) = u(1) = 0$   
pro  $x \in (0, 1)$

Prvním krokem je rozdělení osy  $x$  na stejně velké intervaly. V *uzlových bodech* (body mezi intervaly), budeme počítat hodnotu funkce  $u(x)$ . Metoda konečných diferencí nám říká, jak z takto diskretizovaného prostoru přepsat diferenciální rovnici na *diferenční* rovnici. Nejjednodušší diferenční náhrada vypadá následovně:

$$\frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2} \tag{18}$$

kde hodnoty  $u$  jsou hodnoty v příslušných uzlových bodech a  $\Delta x$  je velikost intervalu. Rovnici teda můžeme přepsat na:

$$u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1} = \Delta x^2 * e_i^x(10x_i - 3) \tag{19}$$

Ještě nám chybí rovnice pro okraje, ve kterých z okrajových podmínek víme  $u_n = u_1 = 0$ :

$$\begin{aligned} u_{i+1} - 2u_i &= \Delta x^2 * e^{x_i}(10x_i - 3) \\ 2u_i + u_{i-1} &= \Delta x^2 * e^{x_i}(10x_i - 3) \end{aligned} \tag{20}$$

Tímto jsme získali soustavu rovnic pro  $n$  neznámých, kterou musíme následně vyřešit. Já jsem použil Jacobiho iterační metodu.



### 3.3 Model nenarušeného plazmatu

Model nenarušeného plazmatu nám bude sloužit jako zdroj částic pro sondou narušeného plazmatu (více níže).

#### 3.3.1 Generování částic

- Počáteční polohy jsou nagenеровány rovnoměrně po celé oblasti následujícím vztahem:

$$x_i = L * \gamma \quad (21)$$

kde  $\gamma \in (0, 1)$  a  $L$  je délka nenarušené oblasti.

- Počáteční rychlosti jsou dány Maxwellových rozdělením viz. (14) a směry dle vztahu (15).
- Volná dráha je každé částici vygenerována dle vztahu (5).

#### 3.3.2 Pohyb částic

V nenarušeném plazmatu nemáme sondu, tudíž nemusíme uvažovat válcové souřadnice ani silové působení mezi částicemi nebo od sondy. Díky použití jednorozměrného modelu odvodíme z rovnic (16) pohyb částice po X-ové souřadnice.

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v(t) * \Delta t \quad (22)$$

#### 3.3.3 Okrajové podmínky

Při každém pohybu ještě testujeme, jestli částice neopustila oblast, pokud se tak stalo, přidáme částici do pracovní oblasti za podmínky, že jsme nepřesáhli maximální počet částic v pracovní oblasti-

#### 3.3.4 Řešení srážek

Po každém časovém kroku zkontrolujeme, jestli částice neurazila svou volnou náhodnou dráhu. Pokud ano, tak podle energie částice spočítáme účinné průřezy (10)(11)(12), podle kterých určíme pravděpodobnost každé srážky. Pak vygenerujeme náhodnou veličinu, která nám určí, která srážka nastala.

## 3.4 Model pracovní oblasti

V modelu pracovní oblasti musíme brát v potaz, že zde používáme válcové souřadnice, protože používáme válcovou sondu.

### 3.4.1 Generování částic

- Polohy částic jsou generovány od sondy na konec pracovní oblasti následujícím vztahem:

$$x_i = (L - r) * \sqrt{\gamma} + r \quad (23)$$

kde  $L$  je poloměr pracovní oblasti,  $r$  je poloměr sondy a  $\gamma \in (0, 1)$ .

- Rychlosti částic jsou generovány podle Maxwellových rozdělení a je k nim vygenerován náhodný úhel, dle kterého se vypočítají jednotlivé složky podle následujících vzorců:

$$\begin{aligned} V_{x_i} &= v * (\cos(\varphi_i) + \sin(\varphi_i)) \\ V_{\varphi_i} &= v * (\cos(\varphi_i) - \sin(\varphi_i)) \\ V_{z_i} &= v \end{aligned} \quad (24)$$

kde  $v$  je velikost rychlosti.

- Náhodná volná dráha je opět dána vztahem 5.

### 3.4.2 Zdroj částic

Pracovní oblast potřebuje nějaký zdroj částic, protože nám zde částice zanikají (naražením do sondy / naražením do zdroje). Jako zdroj částic použijeme trochu upravený model nenarušeného plazmatu. Úprava spočívá v tom, že budeme v tom modelu uvažovat válcovou geometrii.

### 3.4.3 Metoda particle in cell

Rozložení částic v pracovní oblasti není homogenní, protože na částice silově působí jak sonda tak i ostatní částice. Výpočet celkové síly na všechny částice (sečtením všech silových příspěvků od ostatních částic) roste s počtem částic exponenciálně a při velkém počtu částic by to bylo neupočítatelné. Z toho důvodu používáme metodu Particle In Cell (PIC). Tato metoda se skládá z několika kroků:

- **Diskretizace pracovní oblasti**

Nejprve si rozdělíme celý pracovní prostor na  $n$  stejně velkých buňek.

- **Sečtení celkového náboje**

V každé buňce  $B_i$  sečteme náboje ze všech částic, které v dané buňce jsou a daný náboj  $Q_i$  přiřadíme buňce, jakoby v ní byl jen jeden uprostřed ní.

$$Q_i = \sum_a q_a^i \quad (25)$$

kde  $q_a^i$  je velikost náboje částice  $a$ , která se nachází v buňce  $i$ .

- **Výpočet hustoty náboje**

Hustotu náboje spočítáme tak, že celkový náboj buňky vydělíme jejím objemem. V 1D protoru musíme dopočítat ostatní rozměry. Z důsledku použití válcových souřadnicích, musíme dopočítat objem "meziválců":

$$V_i = S_i * v \quad (26)$$

kde  $v$  je výška válců a  $S_i$  je plocha mezi válci:

$$S = (\pi * R^2 - \pi * r^2)$$

$$v = \frac{N}{S * n_e} \quad (27)$$

kde  $N$  je námi použitý počet částic,  $n_e$  je koncentrace nabitých částic v nenarušeném plazmatu a  $R_i$  je poloměr válcové slupky dané buňky. Celkovou hustotu náboje v buňce pak už dostaneme ze vztahu:

$$\rho = \frac{Q_i}{V_i} \quad (28)$$

- **Vyřešení Poissonovy rovnice**

Výpočet silového působení metodou Particle In Cell vyžaduje řešení Poissonovy rovnice, která má následující tvar:

$$\nabla^2 U = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (29)$$

Zde si musíme rozepsat Laplasovu operaci pro polární souřadnice (zdroj: [1]):

$$\frac{\delta^2 U}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 U}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 U}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta U}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta U}{\delta \Theta^2} \quad (30)$$

Při uvážení našeho 1D modelu, výsledný tvar Poissonovy rovnice bude následovný:

$$\frac{\delta^2 U}{\delta x^2} + \frac{1}{x} \frac{\delta U}{\delta x} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (31)$$

Pro vyřešení Poissonovy rovnice upravíme pomocí metody konečných diferencí do diferenčního tvaru:

$$\left(\frac{\Delta x}{2x_i} + 1\right) U_{i+1} - 2U_i + \left(1 - \frac{\Delta x}{2x_i}\right) U_{i-1} = -\frac{\rho_i}{\epsilon_0} \Delta x^2 \quad (32)$$

s krajními podmínkami:

$$\left(\frac{\Delta x}{2x} + 1\right) U_2 - 2U_1 = -\frac{\rho_1}{\epsilon_0} dx^2 \quad (33)$$

$$2U_n + \left(1 - \frac{\Delta x}{2x_i}\right) U_{n-1} = -\frac{\rho_n}{\epsilon_0} dx^2 \quad (34)$$

- **Výpočet intenzity**

Pro konečný výpočet sil, potřebujeme znát intenzitu elektrického pole:

$$\vec{F}(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{e}) \quad (35)$$

pro výpočet intenzity využijeme vztah:

$$\vec{E}(\vec{e}) = -grad[U(\vec{r})] \quad (36)$$

který si opět přepíšeme pomocí metody konečných diferencí:

$$E_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} \quad (37)$$

Takže krajní body mají tvar:

$$E_1 = \frac{U_2}{2dx} \quad (38)$$

$$E_n = -\frac{U_{n-1}}{2dx} \quad (39)$$

Nyní už můžeme spočítat sílu působící na částici dle vztahu 35. Za  $q$  si dosadíme náboj dané částice a za  $E$  intenzitu elektrického pole buňky, ve které se daný náboj vyskytuje.

### 3.4.4 Pohyb částic

Nyní musíme transformovat pohybové rovnice do válcových souřadnic:

$$\begin{aligned}x &= r * \cos(\varphi) \\y &= r * \sin(\varphi) \\z &= z\end{aligned}\tag{40}$$

pro získání pohybových rovnic ve válcových souřadnicích, musíme tyto rovnice dvakrát zderivovat a vhodně upravit:

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{F}{m} + \frac{v_\varphi^2}{r}\tag{41}$$

$$\frac{dv_\varphi}{dt} = -\frac{v_r v_\varphi}{r}\tag{42}$$

Dále už jen dosadíme do Eulerovy metody a pohybové rovnice budou vypadat následovně:

$$\begin{aligned}r(r + \Delta t) &= r(t) + v_x(t)\Delta t + \frac{1}{2} \frac{qE(t)}{m} \Delta t^2 + \frac{v_\varphi(t)^2}{r(t)} \Delta t^2 \\v_x(t + \Delta t) &= v_x(t) + \frac{v_\varphi(t)^2}{r(t)} \Delta t + \frac{qE(t)}{m} \Delta t \\v_\varphi(t + \Delta t) &= v_\varphi(t) - \frac{v_t(t)v_\varphi(t)}{r(t)} \Delta t \\v_z(t + \Delta t) &= v_z(t)\end{aligned}\tag{43}$$

### 3.4.5 Okrajové podmínky

Pokud částice vyletí z pracovního prostoru (narází do sondy nebo se vrátí do zdroje) tak jí smažeme.

### 3.4.6 Řešení srážek

Srážky v narušené části sondou se řeší úplně stejně jako v nenarušené oblasti.

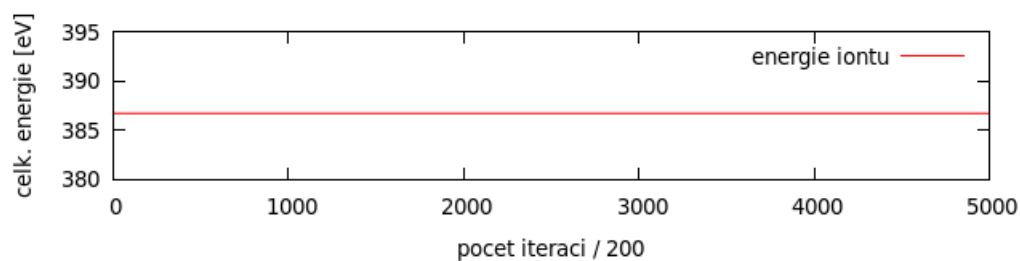
## 4 Výsledky a diskuze

### 4.1 Nenarušené plazma

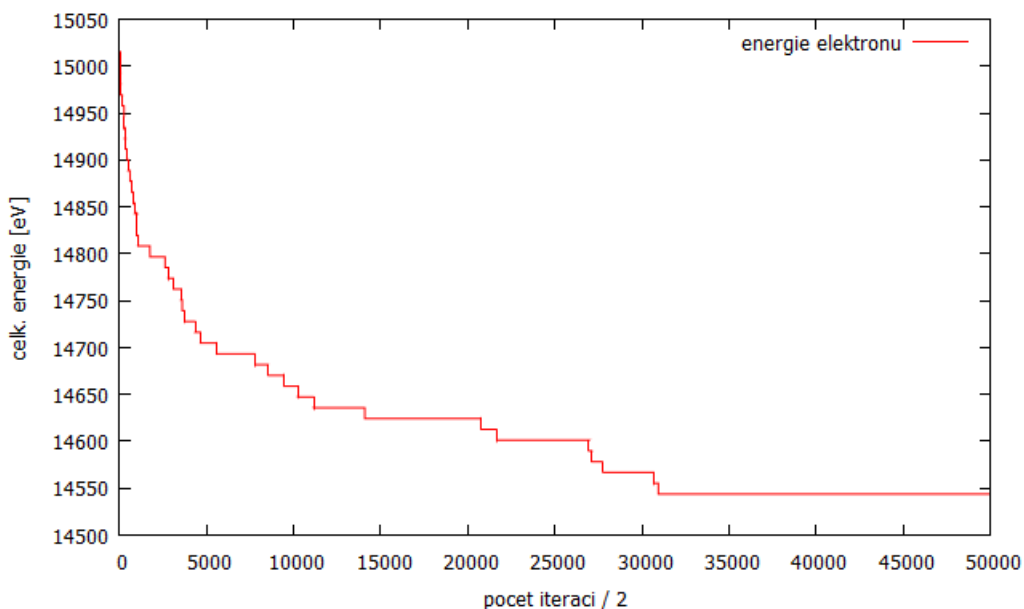
Počáteční parametry simulace nenarušeného plazmatu jsou následující:

Počet iterací:	1 000 000
Počet částic:	20 000
Teplota elektronů ( $T_e$ ):	23209.8K
Teplota iontů ( $T_i$ ):	300.0K
Exitační energie:	11.5 eV
Ionizační energie:	15.8 eV
Časový krok ( $e^-$ i $i^+$ ):	$10^{-11}$ s
Simulační prostor:	$10^{-5}$ m

Celkový vývoj energie iontů a elektronů lze vidět na obrázcích 3 a 4:



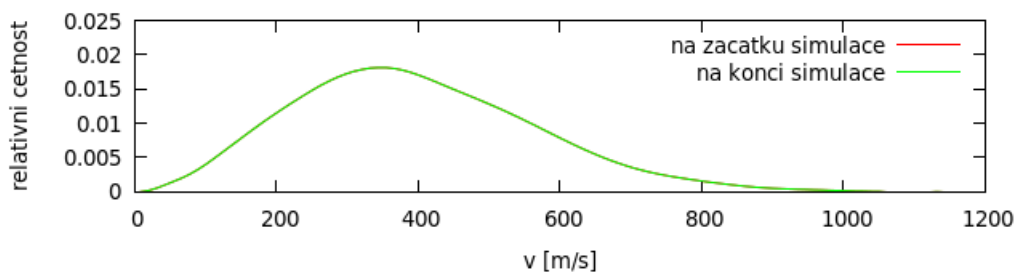
Obrázek 3: Celková energie iontů v závislosti na počtu iterací.



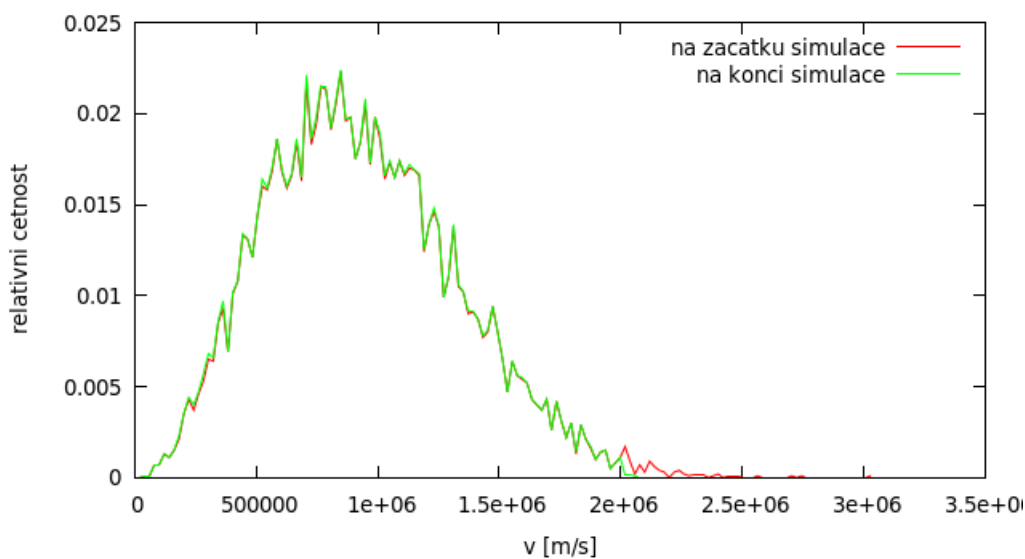
Obrázek 4: Celková energie elektronů v závislosti na počtu iterací.

Energie iontů 3 je po celou dobu konstantní, neboť uvažujeme jen pružné srážky, při kterých mění ionty pouze směr rychlosti a velikost si zanechávají. Energie elektronů na obrázku (4) z počátku rychle klesá, protože elektrony mají vysokou pravděpodobnost ke ztrátě energie při ionizaci a excitaci.

Histogramy rozdělení rychlostí vypadají následovně:



Obrázek 5: Histogram rychlostí iontů.



Obrázek 6: Histogram rychlostí elektronů.

Z histogramu 5 vidíme, že se rychlosti iontů nemění a jsou na začátku a na konci simulace naprosto totožné.

Ztráta energie elektronů se u histogramu 6 projevila tak, že po simulaci vymizely elektrony s vyšší rychlostí (ty elektrony, které byly schopny ionizace nebo exitace).

Celkový přehled srážek počas simulace:

Počet srážek elektronů:	32 818 533
Počet srážek iontů:	299 171
Počet exitací:	82
Počet ionizací:	4
Počet elastických srážek:	9 672 550
Počet nulových srážek:	23 445 072
Celkový počet srážek:	33 117 704



## 4.2 Pracovní oblast

Provedl jsem jednu simulaci s 200 000 iterací a vysvětlil chování jednotlivých částic na konci simulace. Výsledné koncentrace se porovnávají s analytickým difuzním řešením, které získáme z rovnice:

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} = 0 \quad (44)$$

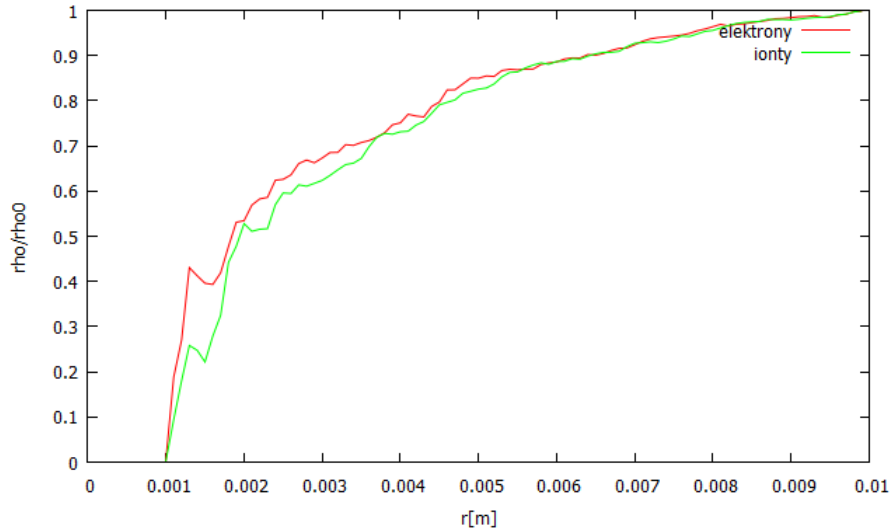
Při aplikování okrajových podmínek pro  $n(R) = 0$  a  $n(L) = n_0$  dostaneme řešení:

$$n(x) = n_0 \frac{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}{\frac{L}{R}} \quad (45)$$

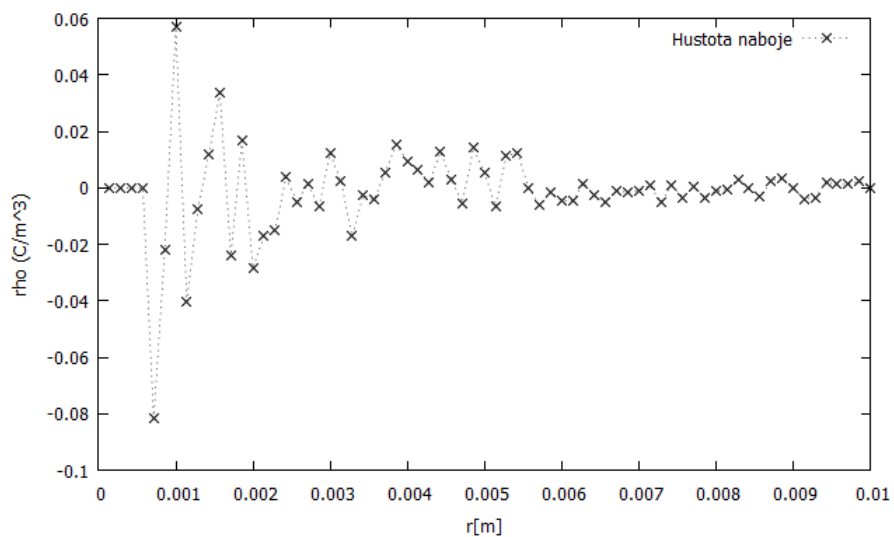
kde  $n_0$  je koncentrace nabitých částic v nenarušeném plazmatu,  $r$  je vzdálenost od sondy,  $L$  je vzdálenost od středu sondy a  $R$  je poloměr sondy.

### 4.2.1 Počáteční stav

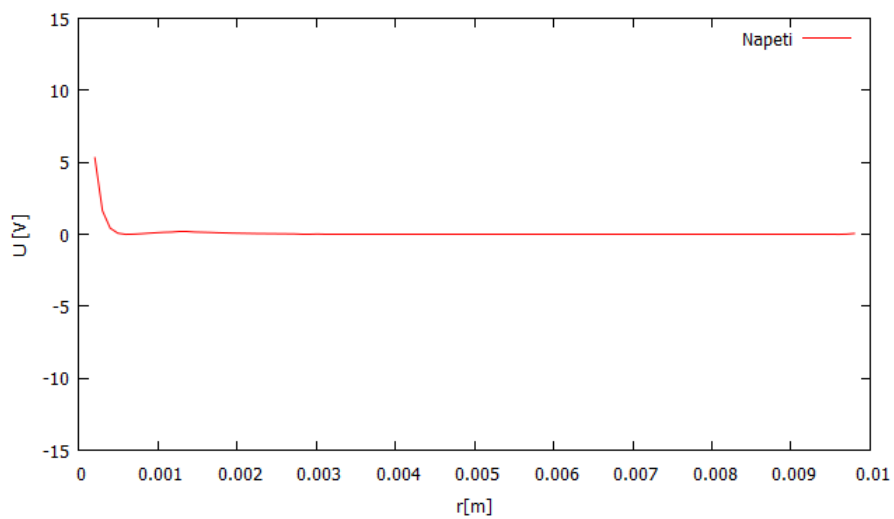
Po vygenerování částic do pracovní oblasti vypadá relativní koncentrace a relativní hustota náboje následovně:



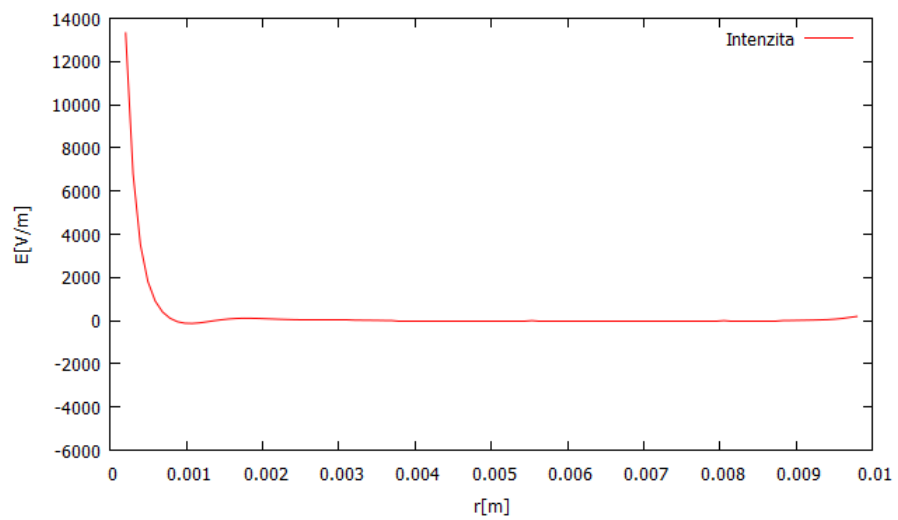
Obrázek 7: Relativní koncentrace nabitých částic.



Obrázek 8: Relativní hustota náboje



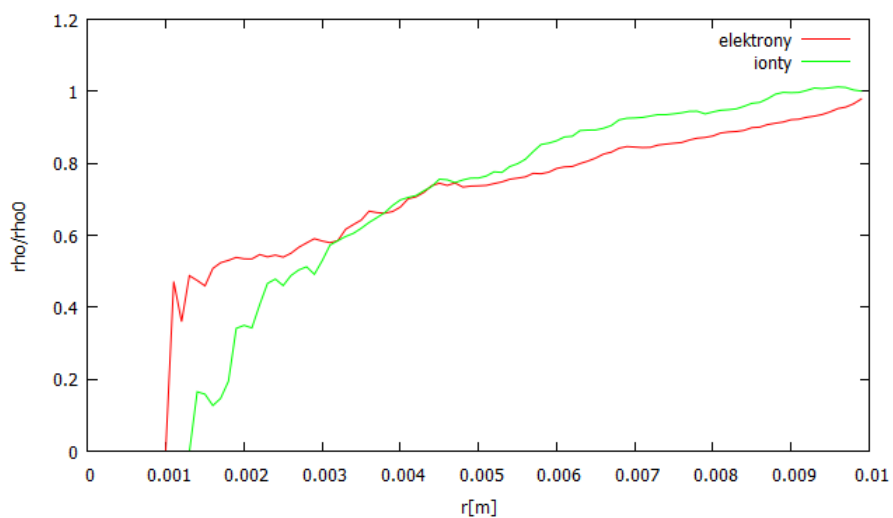
Obrázek 9: Velikost napětí v závislosti na vzdálenosti od sondy



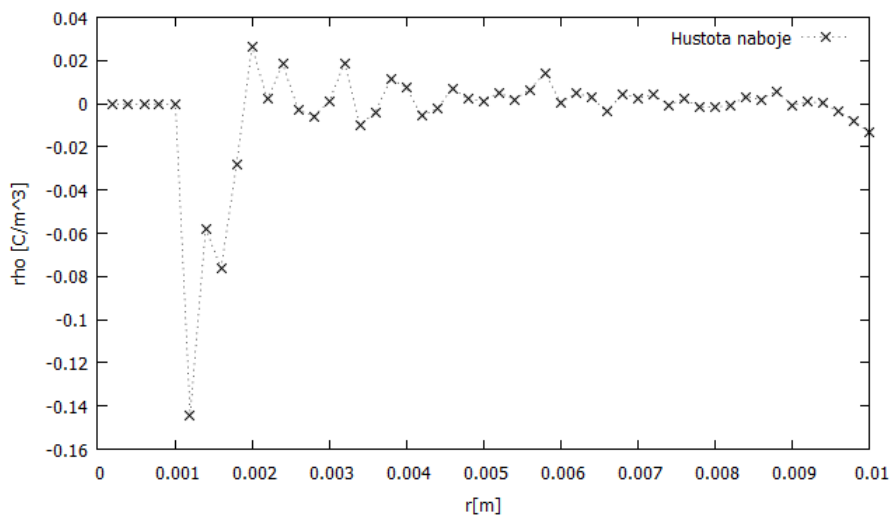
Obrázek 10: Velikost intenzity v závislosti na vzdálenosti od sondy

### 4.2.2 Koncový stav

Simulace trvala celkem 200 000 iterací. Výsledná relativní koncentrace a relativní hustota náboje jsou na následujících grafech:



Obrázek 11: Relativní koncentrace nabitých částic.



Obrázek 12: Relativní hustota náboje

Na obrázku 11, lze vidět, že elektrony se naschromáždily okolo sondy, na které je napětí 5V. Tím vytvořily lokální záporný náboj (počátek na obrázku 12, který je následně vykompenzován iontovým zhlukem (kladný peak na obrázku 12).

## 5 Závěr

V modelu, který jsme použili jsme provedli několik zanedbání, kvůli kterým se stal nedostatečný pro modelování plazmatu. Na druhou stranu nám umožňuje vidět, jak se nabitě částice v plazmatu chovají v přítomnosti sondy.

## Reference

- [1] Laplace's equation in the Polar Coordinate System  
url: <https://www.math.ucdavis.edu/~saito/courses/21C.w11/polar-lap.pdf>
- [2] HRACH, Rudolf. Počítačová fyzika. Ústí nad Labem, 2003. UJEP.
- [3] ROUČKA, Štěpán. Počítačové modelování interakce nízkoteplotního plazmatu s pevnými látkami. Univerzita Karlova v Praze Matematicko-Fyzikální fakulta, 2006. Bakalářská práce. Vedoucí práce Prof. RNDr. Rudolf Hrach, DrSc.